

5.6.2 Matematiikan pitkä oppimäärä

Matematiikan pitkän oppimäärän opetuksen tehtävänä on antaa opiskelijalle ammatillisten ja korkeakouluopintojen edellyttämät matemaattiset valmiudet sekä matemaattinen yleissivistys. Pitkän matematiikan opinnoissa opiskelijalla on tilaisuus omaksua matemaattisia käsitteitä ja menetelmiä sekä oppia ymmärtämään matemaattisen tiedon luonnetta. Opetus pyrkii myös antamaan opiskelijalle selkeän käsityksen matematiikan merkityksestä yhteiskunnan kehityksessä sekä sen soveltamismahdollisuuksista arkielämässä, tieteessä ja tekniikassa.

Opetuksen tavoitteet

Matematiikan pitkän oppimäärän opetuksen tavoitteena on, että opiskelija

- saa myönteisiä oppimiskokemuksia ja tottuu pitkäjänteiseen työskentelyyn sekä oppii niiden kautta luottamaan omiin matemaattisiin kykyihinsä, taitoihinsa ja ajatteluunsa
- rohkaistuu kokeilevaan ja tutkivaan toimintaan, ratkaisujen keksimiseen sekä niiden kriittiseen arviointiin
- ymmärtää ja osaa käyttää matematiikan kieltä, kuten seuraamaan matemaattisen tiedon esittämistä, lukemaan matemaattista tekstiä, keskustelemaan matematiikasta, ja oppii arvostamaan esityksen täsmällisyyttä ja perustelujen selkeyttä
- oppii näkemään matemaattisen tiedon loogisena rakenteena
- kehittää lausekkeiden käsittely-, päättely- ja ongelmanratkaisutaitojaan
- harjaantuu käsittelemään tietoa matematiikalle ominaisella tavalla, tottuu tekemään otaksumia, tutkimaan niiden oikeellisuutta ja laatimaan perusteluja sekä arvioimaan perustelujen pätevyyttä ja tulosten yleistettävyyttä
- harjaantuu mallintamaan käytännön ongelmatilanteita ja hyödyntämään erilaisia ratkaisustrategioita
- osaa käyttää tarkoituksenmukaisia matemaattisia menetelmiä, teknisiä apuvälineitä ja tietolähteitä.

Pakolliset kurssit

2. Polynomifunktiot ja -yhtälöt (MAA2)

Tavoitteet

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- harjaantuu käsittelemään polynomifunktioita
- osaa ratkaista toisen asteen polynomiyhtälöitä ja tutkia ratkaisujen lukumäärää
- osaa ratkaista korkeamman asteen polynomiyhtälöitä, jotka voidaan ratkaista ilman polynomien jakolaskua
- osaa ratkaista yksinkertaisia polynomiepäyhtälöitä
- osaa käyttää teknisiä apuvälineitä polynomifunktion tutkimisessa ja polynomiyhtälöihin ja polynomiepäyhtälöihin sekä polynomifunktioihin liittyvien sovellusongelmien ratkaisussa.

Keskeiset sisällöt

- polynomien tulo ja muotoa $(a + b)^n$, $n \leq 3$, $n \in \mathbb{N}$ olevat binomikaavat

- 2. asteen yhtälö ja ratkaisukaava sekä juurten lukumäärän tutkiminen
- 2. asteen polynomin jakaminen tekijöihin
- polynomifunktio
- polynomiyhtälöitä
- polynomiepäyhtälön ratkaiseminen

3. Geometria (MAA3)

Tavoitteet

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- harjaantuu hahmottamaan ja kuvaamaan tilaa sekä muotoa koskevaa tietoa sekä kaksi- että kolmiulotteisissa tilanteissa
- harjaantuu muotoilemaan, perustelevaan ja käyttämään geometrista tietoa käsitteleviä lauseita
- osaa ratkaista geometrisia ongelmia käyttäen hyväksi kuvioiden ja kappaleiden ominaisuuksia, yhdenmuotoisuutta, Pythagoraan lausetta sekä suora- ja vinokulmaisen kolmion trigonometriaa
- osaa käyttää teknisiä apuvälineitä kuvioiden ja kappaleiden tutkimisessa ja geometriaan liittyvien sovellusongelmien ratkaisussa.

Keskeiset sisällöt

- kuvioiden ja kappaleiden yhdenmuotoisuus
- sini- ja kosinilause
- ympyrän, sen osien ja siihen liittyvien suorien geometria
- kuvioihin ja kappaleisiin liittyvien pituuksien, kulmien, pinta-alojen ja tilavuuksien laskeminen

4. Vektorit (MAA4)

Tavoitteet

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- ymmärtää vektorikäsitteen ja perehtyy vektorilaskennan perusteisiin
- osaa tutkia kuvioiden ominaisuuksia vektoreiden avulla
- ymmärtää yhtälöryhmän ratkaisemisen periaatteen
- osaa tutkia kaksi- ja kolmiulotteisen koordinaatiston pisteitä, etäisyyksiä ja kulmia vektoreiden avulla
- osaa käyttää teknisiä apuvälineitä vektoreiden tutkimisessa sekä suoriin ja tasoihin liittyvien sovellusongelmien ratkaisussa.

Keskeiset sisällöt

- vektoreiden perusominaisuudet
- vektoreiden yhteen- ja vähennyslasku ja vektorin kertominen luvulla
- koordinaatiston vektoreiden skalaaritulo
- yhtälöryhmän ratkaiseminen
- suorat ja tasot avaruudessa

5. Analyttinen geometria (MAA5)

Tavoitteet

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- ymmärtää, kuinka analyyttinen geometria luo yhteyksiä geometrysten ja algebrallisten käsitteiden välille
- ymmärtää pistejoukon yhtälön käsitteen ja oppii tutkimaan yhtälöiden avulla pisteitä, suoraa, ympyröitä ja paraabeleja
- syventää itseisarvokäsitteen ymmärtämystään ja oppii ratkaisemaan sellaisia yksinkertaisia itseisarvoyhtälöitä ja vastaavia epäyhtälöitä, jotka ovat tyyppiä $|f(x)| = a$ tai $|f(x)| = |g(x)|$
- osaa käyttää teknisiä apuvälineitä pistejoukon yhtälön tutkimisessa sekä yhtälöiden, yhtälöryhmien, itseisarvoyhtälöiden ja epäyhtälöiden ratkaisemisessa sovellusongelmissa.

Keskeiset sisällöt

- pistejoukon yhtälö
- suoran, ympyrän ja paraabelin yhtälöt
- itseisarvoyhtälön ja epäyhtälön ratkaiseminen
- pisteen etäisyys suorasta

6. Derivaatta (MAA6)

Tavoitteet

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- osaa määrittää rationaalifunktion nollakohdat ja ratkaista yksinkertaisia rationaaliepäyhtälöitä
- omaksuu havainnollisen käsityksen funktion raja-arvosta, jatkuvuudesta ja derivaatasta
- osaa määrittää yksinkertaisten funktioiden derivaatat
- osaa tutkia derivaatan avulla polynomifunktion kulkua ja määrittää sen ääriarvot
- tietää, kuinka rationaalifunktion suurin ja pienin arvo määritetään
- osaa käyttää teknisiä apuvälineitä raja-arvon, jatkuvuuden ja derivaatan tutkimisessa ja rationaaliyhtälöiden ja -epäyhtälöiden ratkaisemisessa sekä polynomi- ja rationaalifunktion derivaatan määrittämisessä sovellusongelmissa.

Keskeiset sisällöt

- rationaaliyhtälö ja -epäyhtälö
- funktion raja-arvo, jatkuvuus ja derivaatta
- polynomifunktion, funktioiden tulon ja osamäärän derivoiminen
- polynomifunktion kulun tutkiminen ja ääriarvojen määrittäminen

7. Trigonometriset funktiot (MAA7)

Tavoitteet

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- tutkii trigonometrisia funktioita yksikköympyrän symmetrioiden avulla
- osaa ratkaista sellaisia trigonometrisia yhtälöitä, jotka ovat tyyppiä $\sin f(x) = a$ tai $\sin f(x) = \sin g(x)$
- osaa trigonometrysten funktioiden yhteydet $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ ja $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$
- osaa derivoida yhdistettyjä funktioita
- osaa tutkia trigonometrisia funktioita derivaatan avulla

- osaa hyödyntää trigonometrisia funktioita mallintaessaan jaksollisia ilmiöitä
- osaa käyttää teknisiä apuvälineitä trigonometrinen funktioiden tutkimisessa ja trigonometrinen yhtälöiden ratkaisemisessa ja trigonometrinen funktioiden derivaattojen määrittämisessä sovellusongelmissa.

Keskeiset sisällöt

- suunnattu kulma ja radiaani
- trigonometriset funktiot symmetria- ja jaksollisuusominaisuuksiin
- trigonometrinen yhtälöiden ratkaiseminen
- yhdistetyn funktion derivaatta
- trigonometrinen funktioiden derivaatat

8. Juuri- ja logaritmfunktiot (MAA8)

Tavoitteet

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- kertaa potenssien laskusäännöt mukaan lukien murtopotenssit
- tuntee juuri-, eksponentti- ja logaritmfunktioiden ominaisuudet ja osaa ratkaista niihin liittyviä yhtälöitä
- osaa tutkia juuri-, eksponentti- ja logaritmfunktioita derivaatan avulla
- osaa hyödyntää eksponenttifunktiota mallintaessaan erilaisia kasvamisen ja vähenemisen ilmiöitä
- osaa käyttää teknisiä apuvälineitä juuri-, eksponentti- ja logaritmfunktioiden tutkimisessa ja juuri-, eksponentti- ja logaritmiyhtälöiden ratkaisemisessa sekä juuri-, eksponentti- ja logaritmfunktion derivaattojen määrittämisessä sovellusongelmissa.

Keskeiset sisällöt

- potenssien laskusäännöt
- juurifunktiot ja -yhtälöt
- eksponenttifunktiot ja -yhtälöt
- logaritmfunktiot ja -yhtälöt
- juuri-, eksponentti- ja logaritmfunktioiden derivaatat

9. Integraalilaskenta (MAA9)

Tavoitteet

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- ymmärtää integraalifunktion käsitteen ja oppii määrittämään alkeisfunktioiden integraalifunktioita
- ymmärtää määrätyn integraalin käsitteen ja sen yhteyden pinta-alaan
- osaa määrittää pinta-aloja ja tilavuuksia määrätyn integraalin avulla
- perehtyy integraalilaskennan sovelluksiin
- osaa käyttää teknisiä apuvälineitä funktion ominaisuuksien tutkimisessa ja integraalifunktion määrittämisessä sekä määrätyn integraalin laskemisessa sovellusongelmissa.

Keskeiset sisällöt

- integraalifunktio
- alkeisfunktioiden integraalifunktiot
- määrätty integraali
- pinta-alan ja tilavuuden laskeminen

10. Todennäköisyys ja tilastot (MAA10)

Tavoitteet

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- osaa havainnollistaa diskreettejä ja jatkuvia tilastollisia jakaumia sekä määrittää ja tulkita jakaumien tunnuslukuja
- perehtyy kombinatorisiin menetelmiin
- perehtyy todennäköisyyden käsitteeseen ja todennäköisyyksien laskusääntöihin
- ymmärtää diskreetin todennäköisyysjakauman käsitteen ja oppii määrittämään jakauman odotusarvon ja soveltamaan sitä
- perehtyy jatkuvan todennäköisyysjakauman käsitteeseen ja oppii soveltamaan normaalijakaumaa
- osaa käyttää teknisiä apuvälineitä digitaalisessa muodossa olevan datan hakemisessa, käsittelyssä ja tutkimisessa sekä jakaumien tunnuslukujen määrittämisessä ja todennäköisyyksien laskemisessa annetun jakauman ja parametrien avulla.

Keskeiset sisällöt

- diskreetti ja jatkuva tilastollinen jakauma
- jakauman tunnusluvut
- klassinen ja tilastollinen todennäköisyys
- kombinatoriikka
- todennäköisyyksien laskusäännöt
- diskreetti ja jatkuva todennäköisyysjakauma
- diskreetin jakauman odotusarvo
- normaalijakauma

Valtakunnalliset syventävät kurssit

11. Lukuteoria ja todistaminen (MAA11)

Tavoitteet

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- perehtyy logiikan alkeisiin ja tutustuu todistusperiaatteisiin sekä harjoittelee todistamista
- hallitsee lukuteorian peruskäsitteet ja perehtyy alkulukujen ominaisuuksiin
- osaa tutkia kokonaislukujen jaollisuutta jakoyhtälön ja kokonaislukujen kongruenssin avulla
- syventää ymmärrystään lukujonoista ja niiden summista
- osaa käyttää teknisiä apuvälineitä lukujen ominaisuuksien tutkimisessa.

Keskeiset sisällöt

- konnektiivit ja totuusarvot
- geometrinen todistaminen
- suora, käännteinen ja ristiriitatodistus
- induktiotodistus
- kokonaislukujen jaollisuus ja jakoyhtälö
- Eukleideen algoritmi
- alkuluvut ja Eratostheneen seula
- aritmetiikan peruslause
- kokonaislukujen kongruenssi

12. Algoritmit matematiikassa (MAA12)

Tavoitteet

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- syventää algoritmista ajatteluaan
- osaa tutkia ja selittää, kuinka algoritmit toimivat
- ymmärtää iteroinnin käsitteen ja oppii ratkaisemaan epälineaarisia yhtälöitä numeerisesti
- osaa tutkia polynomien jaollisuutta ja osaa määrittää polynomin tekijät
- osaa määrittää numeerisesti muutosnopeutta ja pinta-alaa
- osaa käyttää teknisiä apuvälineitä algoritmien tutkimisessa ja laskutoimituksissa.

Keskeiset sisällöt

- iterointi ja Newton-Raphsonin menetelmä
- polynomien jakoalgoritmi
- polynomien jakoyhtälö
- Newton-Cotes-kaavat: suorakaidesääntö, puolisuunnikasääntö ja Simpsonin sääntö

13. Differentiaali- ja integraalilaskennan jatkokurssi (MAA13)

Tavoitteet

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- syventää differentiaali- ja integraalilaskennan teoreettisten perusteiden tuntemustaan
- osaa tutkia aidosti monotonisten funktioiden käänteisfunktioita
- täydentää integraalilaskennan taitojaan ja soveltaa niitä muun muassa jatkuvien todennäköisyysjakaumien tutkimiseen
- osaa tutkia lukujonon raja-arvoa, sarjoja ja niiden summia
- osaa käyttää teknisiä apuvälineitä funktion ominaisuuksien tutkimisessa ja derivaatan laskemisessa annetun muuttujan suhteen sekä epäoleellisten integraalien, lukujonon raja-arvon ja sarjan summan laskemisessa sovellustehtävissä.

Keskeiset sisällöt

- funktion jatkuvuuden ja derivoituvuuden tutkiminen
- jatkuvien ja derivoituvien funktioiden yleisiä ominaisuuksia
- käänteisfunktio
- kahden muuttujan funktio ja osittaisderivaatta
- funktioiden ja lukujonojen raja-arvot äärettömyydessä
- epäoleelliset integraalit
- lukujonon raja-arvo, sarjat ja niiden summa

Koulukohtaiset syventävät ja soveltavat kurssit

14. Tukikurssi (MAA14), soveltava

Tavoitteet

Kurssin tavoitteena on tukea opiskelijaa ensimmäisen lukuvuoden pitkän matematiikan opinnoissa

Keskeiset sisällöt

- Kurssi suoritetaan kolmen jakson aikana niin, että kyseisen jakson pakollisessa matematiikan kurssissa on yksi ylimääräinen oppitunti/viikko.
- Kurssin sisältö on yhteneväinen kulloisenkin pakollisen kurssin kanssa, eikä kurssista ole erillistä koetta.

15. Kertaus (MAA15), syventävä

Tavoitteet

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- harjaantuu käyttämään saamia tietoja ja taitoja erilaisten matemaattisten tehtävien ratkaisemisessa
- oppii tunnistamaan mistä aiheesta tehtävät ovat
- oppii syventämään ja yhdistämään aiemmilla kursseilla opittuja tietoja

16. Laskin- ja tietokoneohjelmistot (MAA16), soveltava

Kurssi suoritetaan toisen ja kolmannen lukuvuoden aikana.

Tavoitteet

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- oppii sujuvasti käyttämään erilaisia laskin- ja tietokoneohjelmistoja matemaattisten tehtävien ratkaisemisessa
- saa riittävät valmiuden sähköisten matematiikan kokeiden suorittamiseen.

17. Talousmatematiikka (MAA17), soveltava

kurssi on sama kuin lyhyen matematiikan pakollinen kurssi MAB6.

Tavoitteet

Kurssin tavoitteena on, että opiskelija

- syventää prosenttilaskennan taitojaan
- ymmärtää talouselämässä käytettyjä käsitteitä
- kehittää matemaattisia valmiuksiaan oman taloutensa suunnitteluun
- vahvistaa laskennallista pohjaansa yrittäjyyden ja taloustiedon opiskeluun
- soveltaa tilastollisia menetelmiä aineistojen käsittelyyn
- osaa käyttää teknisiä apuvälineitä laskelmien tekemisessä ja yhtälöiden ratkaisemisessa sovellusongelmissa.

Keskeiset sisällöt

- indeksi-, kustannus-, rahaliikenne-, laina-, verotus- ja muita laskelmia
- taloudellisiin tilanteisiin soveltuvia matemaattisia malleja lukujonojen ja summien avulla.